

# 南台科技大學

## 工程數學

### 阻尼器於數學上之探討

班級：二技機電四甲

學號：19522042

姓名：徐明揚

指導老師：趙春棠

## 一、摘要

一棟高的大樓，為何需要耗費幾個樓層加裝一顆大鐵球呢？傳統的結構耐震設計係利用結構物本身的構材強度、勁度與韌性變形的能力來抵抗地震力，以消散地震輸入結構之能量，確保結構在強震下不至於立即倒塌。但最後發現許多結構物雖未崩塌，卻造成非結構物漸獲附屬設施的毀壞，而喪失建築物原有的功效。因而現今的建築物會因地方的天然災害之因素考慮進去，地震、強風及鹽害等問題。

## 二、淺談 101

### (一) TMD

調質阻尼器 TMD (Tuned Mass Damper) 為一針對本大樓需求量身定做的被動阻尼系統，其位置設置於 87F~91F 的核心位置，其主要目的為調諧及減低大樓受風力吹襲時之擺動，以確保大樓人員工作時的舒適度而設置。而有別於一般傳統隱藏式阻尼系統，Taipei 101-TMD 結合了建築機能與結構功能之考量，在 88FL 及 89FL 將可一窺阻尼系統的整體運作。

### (二) 質量塊 (Mass Block)

一直徑 5.5 公尺，由 41 層 12.5 公分厚之實心鋼板堆疊焊接而成的金色球體質量塊，其重量達 660 公噸。

### (三) 鋼索 (Cable)

球體質量塊由 8 支直徑 9 公分、長度 42 公尺的鋼索串聯並懸吊於 92 樓。為確保其柔性與延長使用年限，每支鋼索均由超過 2000 條獨立小鋼線所組成，而其自重下之安全係數約達 9，亦即每一支鋼索均足以支撐 TMD 全部重量。

### (四) 調整構架 (Tuning Frame)：

調整構架位於 91 樓，經由串聯束制所有懸吊鋼索，並於後續量測實際大樓擺動週其頻率，並調整鋼索擺動長度以使大樓及 TMD 之擺動週期相同，以確保 TMD 被動反向作用及達到最大的消能功效。

### (五) 阻尼與功效

TMD 可減少大樓受風力時的 40% 擺動量，而 TMD 平均在一年內將會有幾次來回擺動約 35 公分。因 TMD 與大樓擺動週期相同，其擺動約 7 秒一次來回循環，因此在日常運轉的情況下，TMD 的作用與擺動並非顯而易見。當罕見的大颱風來襲時，例如 100 年回歸期發生一次的大颱風作用下，TMD 將來回擺動 150 公分，而經過特殊設計的緩衝

系統 (Bumper System) 將用來預防與減低超過 150 公分擺動時之影響。

#### (六) 主要油壓粘滯性阻尼器

TMD 質量塊下共設置 8 支斜向的大型油壓粘滯性阻尼器 (Primary Hydraulic Viscous Damper)，其設計概念在於自動的吸收球體質量塊擺動時之衝擊能量，並藉由大樓的擺動來抵消所吸收的能量。

#### (七) 緩衝系統 (Bumper System)

TMD 質量塊下放置一可限制球體質量塊擺動的緩衝環 (Bumper Ring)，緩衝環則連結 8 支水平向大型緩衝油壓粘滯性阻尼器 (Snubber Hydraulic Viscous Damper)，其設計目的在於抑制罕見的大颱風或大地震作用時造成 TMD 來回擺動超過 150 公分之消能及束制安全系統。

#### (八) Pinnacle-TMD

高度達 450~508 公尺範圍的細長塔尖 (Pinnacle) 內亦設置了兩個小型調質阻尼器，每個質量塊為 6 公噸，其設置目的為降低鋼結構的疲勞應力。經分析估計，在塔尖平均每年約有 18 萬次的來回擺動，此擺動頻率與位移將因過度反覆擺動而造成鋼結構的疲勞，而 Pinnacle-TMD 的設置將可減少 40% 的塔尖擺動量。

### 三、101 大樓阻尼器的介紹

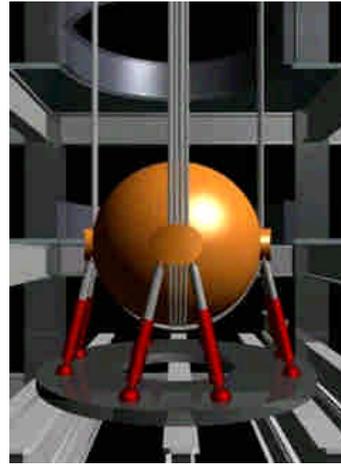
目前全世界最大的阻尼器 (圖一)，調質阻尼器 TMD (Tuned Mass Damper) 的巨大鋼球。Taipei 101-TMD 是針對該大樓需求量身訂做的被動 (Passive) 阻尼系統，其主要目的為調諧、減低大樓受風力吹襲時之擺動，以確保大樓人員的舒適度而設置。

有別於一般傳統隱藏式阻尼系統，Taipei 101-TMD 結合了建築機能與結構功能之考量，設置於 87F~91F 的核心位置，實心鋼球直徑 5.5 公尺，重量高達 680 噸，以四組纜索懸空固定在第 92 層，下垂高度達 22 公尺，球體位於第 87 樓夾層。在鋼球下方裝置有斜向及水平各八支油壓型阻尼器 (圖二)。

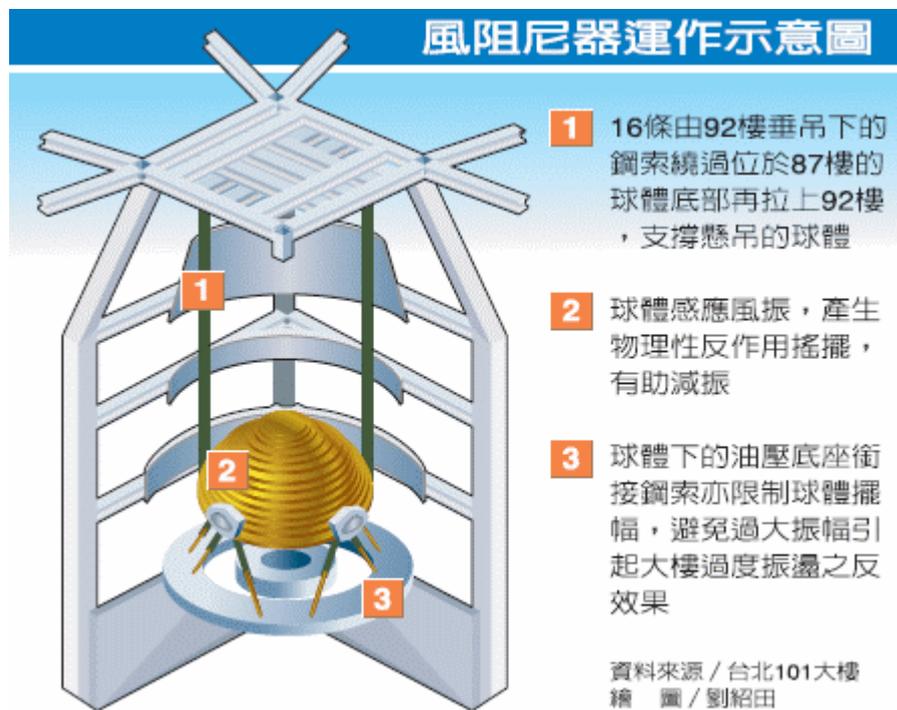
懸吊的大鋼球是運用物理慣性，當大樓搖晃時，這個大鋼球也會擺動，當大樓向右擺動時，大鋼球會向左擺動，因為移動的方向正好相反，可以達到平衡的作用，可減少大樓受風力時的 40% 擺動量，TMD 平均在一年內會有幾次 30 餘公分的較大擺動。因 TMD 與大樓擺動週期相同，約 7 秒一次來回循環，因此在日常情況下擺動並不明顯 (圖三)。



(圖一) 風阻尼器



(圖二) 鋼球下方裝置圖

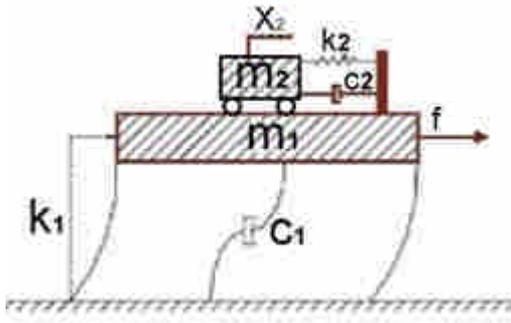


(圖三) 風阻尼器運作示意圖

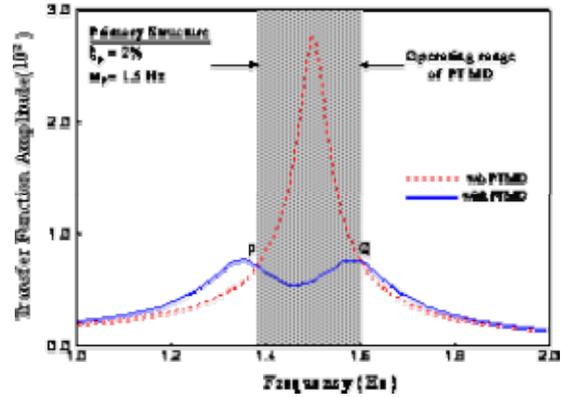
#### 四、調質質量阻尼器的介紹

調諧質量阻尼器 (TMD) 由質塊、彈簧 (勁度) 與阻尼系統組成，藉由將其振動頻率調整至主結構頻率附近，改變結構共振特性 (圖四)，以達到減振效用。圖五為一典型的結構有無裝設 PTMD (與主結構質量比為 2%) 之位移轉換函數圖，由圖中可看出，結構共振峰於陰影區的頻率範圍由於裝設 PTMD 而大為降低，顯現 PTMD 對結構共振反應的制振效用。然而，由於實際進行 PTMD 設計時，需要準確計算主結構動態參

數，特別是基本振動頻率，因此於實際應用時，常由於設計時主結構自然頻率估算或識別不準確，或製造及施工時的誤差，造成 PTMD 最佳頻率之設計值有所偏差，以致於未調諧於正確之頻率，而產生離頻效應 (detuning effect)，加上單一 PTMD 對最佳頻率比之偏移誤差相當敏感，因此在實際應用上是一明顯缺失。



(圖四) 調諧質量阻尼器 (TMD)



(圖五) 結構有無裝設 PTMD 之轉換函數示意圖

## 五、調諧質量阻尼器抗風設計介紹

由 Kareem 之研究顯示高層建築受風力作用時，高階振態反應低於第一振態反應之 2%，對結構振動影響甚小，因此可將第一振態反應視為結構真實反應。

由於建築結構第一振態反應近似線性，最大振態值位於結構頂層，根據 Kareem 與 Xu & Kwok 之研究，可依據第一振態反應參數特性設計 TMD，並將其裝置於高層建築頂層，便可有效降低結構動態反應。設計步驟可採用 Sadek, et al. 之建議如下：

- (一) 設定 TMD 質量，使其在合理範圍內：

$$\mu = \frac{m_{TMD}}{m_1}$$

- (二) 計算 TMD 與結構第一振態的最佳頻率比：

$$\delta = \frac{1}{1+\mu} \left( 1 - \xi_1^* \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} \right)$$

- (三) 計算 TMD 最佳阻尼比：

$$\xi_{TMD} = \frac{\xi_1^*}{1+\mu} + \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}}$$

其中  $m_1^*$  與  $\xi_1^*$  分別為結構第一振態質量及阻尼比。

(四) 計算 TMD 之最佳頻率：

$$\omega_{TMD} = \delta^* \omega_1^*$$

(五) 計算 TMD 之勁度及阻尼：

$$K_{TMD} = m_{TMD}^* \omega_{TMD}^2$$

$$C_{TMD} = 2m_{TMD}^* \omega_{TMD} \xi_{TMD}^*$$

以一高層建築為例，裝置調諧質量阻尼器於頂層，並改變不同之基礎土壤（40 層，樓高 160m，詳表 一~三），探討 TMD 抑制結構受擾動風力作用產生的順、橫風向動態反應之效用，結果顯示：

- (一) 當建築物坐落於較堅硬土層時，TMD 具有較優異之減震效果。
- (二) TMD 抑制結構動態加速度之效用優於動態位移，所以裝置 TMD 增進使用者舒適性之效能優於確保結構安全之效用。

質量 (m)	勁度 (k)	阻尼 (c)	頻率 ( $\omega$ )	阻尼比 ( $\xi$ )
(kg)	(N/m)	(N-sec/m)	(rad/sec)	
$1.76 \times 10^7$	$4.73 \times 10^7$	$1.15 \times 10^6$	1.64	0.02

(表一) 高層建築第一振態參數

質量比 ( $\mu$ )	頻率比 ( $\delta$ )	質量 ( $m_{TMD}$ )	勁度 ( $k_{TMD}$ )	阻尼 ( $c_{TMD}$ )	頻率 ( $\omega_{TMD}$ )	阻尼比 ( $\xi_{TMD}$ )
		(kg)	(N/m)	(N-sec/m)	(rad/sec)	
2%	0.97	$3.52 \times 10^5$	$8.93 \times 10^5$	$2.37 \times 10^5$	1.59	0.21
5%	0.93	$8.80 \times 10^5$	$2.06 \times 10^6$	$8.46 \times 10^5$	1.53	0.31
10%	0.88	$1.76 \times 10^5$	$3.64 \times 10^6$	$2.14 \times 10^6$	1.44	0.42

(表二) 調諧質量阻尼器最佳設計參數 (原數值)

質量比 (u)	頻率比 (n)	質量 ( $m_{TMD}$ )	勁度 ( $k_{TMD}$ )	阻尼 ( $c_{TMD}$ )	頻率 ( $\omega_{TMD}$ )	阻尼比 ( $\xi_{TMD}$ )
		(kg)	(N/m)	(N-sec/m)	(rad/sec)	
0.02	0.9776	$3.52 \times 10^5$	$9.048 \times 10^5$	$2.478 \times 10^5$	1.6033	0.2196
0.05	0.9482	$8.80 \times 10^5$	$2.128 \times 10^6$	$9.176 \times 10^5$	1.5551	0.3353
0.1	0.9036	$1.76 \times 10^5$	$3.865 \times 10^6$	$2.429 \times 10^6$	1.4819	0.4654

(表三) 調諧質量阻尼器最佳設計參數 (Matlab 數值)

※註：(表三) 是經由“六、MATLAB 建檔”所計算得出。

## 六、MATLAB建檔

```
function TMD(u)

m = 1.76*10^7;           % (質量；單位：kg)
k = 4.73*10^7;           % (勁度；單位：N/m)
c = 1.15*10^6;           % (阻尼；單位：N-sec/m)
w = 1.64;                % ( $\omega$  頻率；單位：rad/sec)
s = 0.02;                % ( $\xi$  阻尼比)

% 1、高階振態反應低於第一振態反映之u%時
% 設定TMD質量，使其在合理範圍內：
%  $u = mTMD / m \therefore$ 
mTMD = u*m

% 2、計算TMD與結構第一振態的最佳頻率比 ( $\delta$  以n替代)：
n = 1/(1+u)*(1-s*sqrt(u/(1+u)))

% 3、計算TMD最佳阻尼比：
sTMD = s/(1+u)+sqrt(u/1+u)

% 4、計算TMD之最佳頻率：
wTMD = n*w

% 5、計算TMD之勁度及阻尼：
kTMD = mTMD*wTMD^2
cTMD = 2*mTMD*wTMD*sTMD
```

※此m檔可直接經由參考資料 (一) MATLAB – TMD.m檔於網路上取得。

## 七、心得

現今許多建築或元件講究精準、耐用等條件，不管是動力學、流體力學、物理學等科目，都還是需要利用數學來作計算。像是建築這依類型的，不可能直接做出實體然後來作測試，往往是先以模型搭配模擬天然因素來作測試，將這些數據收集建檔，再以各種數學相關公式來得知是否能達到

標準。

雖然並未找到 101 大樓上的風阻尼器的計算方式，那畢竟也是一門學問，但還是有找到基本運算的相關知識。將網路上尋找到的公式，利用 MTLAB 來達到方便計算，由於精確度的不同，導致 MATLAB 與原數值有些差異，但還是在可接受範圍內。

至於阻尼器、陀螺儀與位移感測器到底有何不同，則有待研究。

## 八、參考資料

(一) MATLAB – TMD.m 檔

<http://cid-9f76cf76a1c84836.skydrive.live.com/self.aspx/Matlab/TMD.m>

(二) 台北 101 大樓阻尼器的原理

<http://61.67.176.198/jimyang/Archives/2008/01/23/4819>

(三) 台北 101 設施介紹

<http://www.taipei101mall.com.tw/ch/OB/about/damper.asp>

(四) 淺談調諧質量阻尼器

<http://www.ceci.com.tw/book/67/67bk11a.htm#bka0>