

第 6 章 習題簡答

習題 6-1

1. (1) 4π (2) a^2 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{9a}{2}$ (5) 2π (6) π (7) $\frac{1}{4}(e^{2\pi} - 1)$ 2. (1) $\frac{\pi}{2}$ (2) $\frac{7\sqrt{3}}{2} - \frac{5\pi}{3}$
3. $ab\pi$ 4. $\frac{3}{8}\pi a^2$

習題 6-2

1. (1) 繞 X 軸旋轉的體積： $\frac{8}{3}\pi$ ，繞 Y 軸旋轉的體積： $\frac{16}{3}\pi$
(2) 繞 X 軸旋轉的體積： 128π ，繞 Y 軸旋轉的體積： $\frac{1024}{5}\sqrt{2}\pi$
(3) 繞 X 軸旋轉的體積： $\frac{38}{3}\pi$ ，繞 Y 軸旋轉的體積： $\frac{74}{3}\pi$
(4) 繞 X 軸旋轉的體積： $(e-2)\pi$ ，繞 Y 軸旋轉的體積： $\frac{1}{2}(e^2+1)\pi$
(5) 繞 X 軸旋轉的體積： $\frac{1}{2}\pi^2$ ，繞 Y 軸旋轉的體積： $2\pi^2$
2. $\frac{4}{3}ab^2\pi$ 3. (1) $\frac{3}{10}\pi$ (2) $\frac{3}{10}\pi$ (3) $\frac{31}{30}\pi$ (4) $\frac{29}{30}\pi$ 4. (1) $\frac{128}{15}\pi$ (2) $\frac{598}{21}\pi$ 5. $24\pi^2$
6. $4\pi^2$ 7. 144

習題 6-3

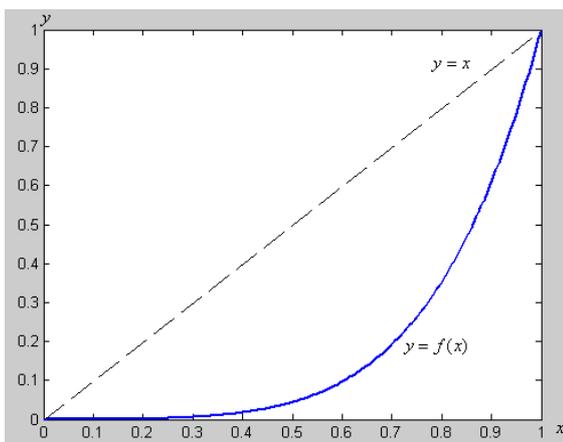
- (1) 12 (2) $\frac{14}{3}$ (3) 4 (4) $\sqrt{2} + \ln(\sqrt{2} + 1)$ (5) $\sqrt{2} + \frac{1}{2}\ln(2 + \sqrt{5})$ (6) $\ln(\sqrt{2} + 1)$ (7) $\frac{10}{3}$
(8) $\frac{3}{2}$ (9) $2\pi^2$ (10) 10π (11) $\frac{3}{2}$ (12) $\sqrt{5}(e^\pi - 1)$ (13) 8 (14) 6

習題 6-4

1. (1) $4\sqrt{2}\pi$ (2) $\frac{168}{3}\pi$ (3) $\pi(2\sqrt{2} + 2\ln(\sqrt{2} + 1))$ (4) $\frac{1505}{18}\pi$ (5) $\frac{6\pi}{5}(\sqrt{2} + 1)$
(6) $\frac{6}{5}\pi a^2$ 2. (1) $\frac{\pi}{6}(3\sqrt{10} + \ln(3 + \sqrt{10}))$ (2) 10π
(3) $\pi[2\sqrt{5} - \sqrt{2} + \ln(\sqrt{5} + 2) - \ln(\sqrt{2} + 1)]$ (4) $24\pi^2$ 3. $4\pi^2$

習題 6-5

1. 消費者剩餘為 $8\ln 2 - 4$ ，生產者剩餘為 $\frac{1}{4}$ 。
2. 消費者剩餘為 $4\sqrt{6} - \frac{28}{3}$ ，生產者剩餘為 $\frac{4\sqrt{2} - 4}{3}$
3. 消費者剩餘為 4，生產者剩餘為 8。
4. $\frac{775000}{3}$
5. 羅蘭茲曲線：



最低 20% 的人口可獲得 0.14% 的總所得,最低 95% 的人口可獲得大約 78.55% 的總所得。

6. 大學教師：0.52，小學教師：0.608，大學教師的所得分配比小學教師平均。

習題 6-6

$$1. k = 6, \quad F(x) = \begin{cases} 1 & , x \geq 1 \\ 3x^2 - 2x^3 & , 0 < x < 1 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}, \quad E(X) = \frac{1}{2}, \quad \text{Var}(X) = \frac{1}{20}.$$

$$2. k = 60, \quad F(x) = \begin{cases} 1 & , x \geq 1 \\ 10x^6 - 24x^5 + 15x^4 & , 0 < x < 1 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}, \quad E(X) = \frac{4}{7}, \quad \text{Var}(X) = \frac{3}{98}.$$

$$3. k = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$